

## ОПТИМИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТИ ОТСАСЫВАНИЯ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ПРОНИЦАЕМЫХ КРЫЛОВЫХ ПРОФИЛЯХ

Абзалилов Д.Ф., Ильинский Н.Б., Марданов Р.Ф.

НИИ математики и механики им. Н.Г. Чеботарёва  
Казанского государственного университета

Как известно, при обтекании крыла могут возникнуть такие нежелательные явления, снижающие его аэродинамические характеристики, как отрыв пограничного слоя (ПС) и переход ламинарного ПС в турбулентный. При отрыве ПС падает коэффициент подъемной силы и возрастает коэффициент сопротивления. В турбулентном ПС напряжение трения на порядок больше, чем в ламинарном, поэтому при раннем переходе ламинарного ПС в турбулентный сопротивление также велико. Для предотвращения этих явлений применяются различные устройства управления ПС, одним из которых является его отсос внутрь обтекаемого тела [1]. При выборе определенного режима отсоса удастся избежать отрыва и перехода ламинарного ПС в турбулентный. Однако чрезмерное увеличение количества отсасываемой жидкости невыгодно экономически, так как при этом значительная часть мощности, сэкономленной благодаря уменьшению сопротивления, расходуется на отсасывание. В связи с этим весьма важно определить минимальное количество отсасываемой жидкости, достаточное для сохранения ПС ламинарным и безотрывным. Ниже исследована такая проблема для случая обтекания крылового профиля.

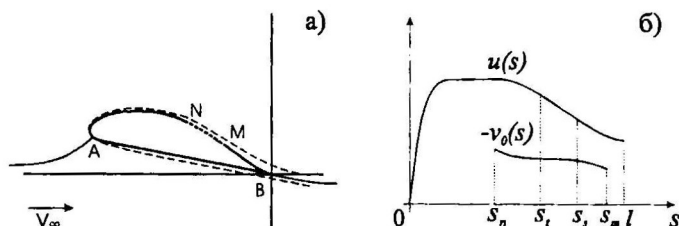


Рис. 1

Для фиксированного угла атаки и заданной скорости  $v_\infty$  набегающего потока на бесконечности (рис. 1, а), решив прямую краевую задачу

аэрогидродинамики, найдем распределение скорости на контуре профиля. По распределению скорости  $u(s)$ ,  $s \in (0, l)$  (рис. 1, б) на верхней части контура профиля (от точки  $A$  разветвления потока до точки  $B$  схода потока), где  $l$  – длина этой части, решив задачу расчета ПС, определим точку  $s_s$  (separation – отрыв) отрыва ПС и точку  $s_t$  (transition – переход) перехода ламинарного ПС в турбулентный. Для предотвращения отрыва и перехода ПС реализуем на участке  $(s_n, s_m)$  верхней части контура профиля отсос ПС со скоростью  $v_0(s) < 0$ .

*Требуется определить границы  $s_n, s_m$  этого проницаемого участка и функцию  $v_0(s)$  так, чтобы расход  $q = - \int_{s_n}^{s_m} v_0(s) ds$  был минимальным при условии отсутствия отрыва и перехода ПС.*

Задачу будем решать в безразмерных переменных. Все скорости отнесем к  $v_\infty$ , а линейные размеры – к длине  $l$  верхней части контура профиля. Тогда число Рейнольдса будет  $Re = v_\infty l / \nu$ , где  $\nu$  – кинематический коэффициент вязкости. Точки  $s_s$  отрыва ПС и  $s_t$  перехода ПС есть функционалы, зависящие от координат  $s_n$  и  $s_m$  концов проницаемого участка и скорости отсасывания, которые нельзя выписать в явном виде. Будем находить  $s_n$  и  $s_m$  из решения задачи расчета ПС. При наличии на профиле отрыва и перехода ПС функционалы  $s_s$  и  $s_t$  будут принимать значения в интервале  $(0, 1)$ , а случаю  $s_s = 1, s_t = 1$  будет соответствовать безотрывное обтекание профиля с чисто ламинарным ПС. Задачу будем решать численно, поэтому, используя конечномерную аппроксимацию функции  $v_0(s)$  функцией  $v_0(s, C_1, \dots, C_k)$ , зависящей от параметров  $C_1, \dots, C_k$  (например, отрезком ряда Фурье или полиномом), перейдем к задаче оптимизации функции нескольких переменных: *требуется определить минимум функции*

$$q(s_n, s_m, C_1, \dots, C_k) = - \int_{s_n}^{s_m} v_0(s, C_1, \dots, C_k) ds \quad (1)$$

*при условии расположения проницаемого участка на верхней поверхности крылового профиля*

$$0 \leq s_n \leq s_m \leq 1 \quad (2)$$

*и условиях отсутствия отрыва и перехода ПС*

$$s_s(s_n, s_m, C_1, \dots, C_k) = 1, \quad s_t(s_n, s_m, C_1, \dots, C_k) = 1. \quad (3)$$

Численное решение задачи содержит два этапа: расчет ПС и минимизацию функции нескольких переменных (1).

**Расчет пограничного слоя.** Для этого был использован метод Эпплера [2], основанный на интегрировании системы двух дифференциальных уравнений (уравнения импульсов и уравнения энергии):

$$\begin{aligned}\delta_2'(s) &= c_f(s) + \frac{v_0(s)}{u(s)} - (2 + H_{12}(s))\delta_2(s)\frac{u'(s)}{u(s)}, \\ \delta_3'(s) &= c_d(s) + \frac{v_0(s)}{u(s)} - 3H_{32}(s)\delta_2(s)\frac{u'(s)}{u(s)},\end{aligned}\quad (4)$$

где  $\delta_1$  – толщина вытеснения,  $\delta_2$  – толщина потери импульса,  $\delta_3$  – толщина потери энергии,  $H_{12} = \delta_1/\delta_2$ ,  $H_{32} = \delta_3/\delta_2$  – формпараметры,  $c_f$  – коэффициент трения,  $c_d$  – коэффициент диссипации энергии,  $u(s)$  – скорость внешнего потока. Для замыкания системы (??), содержащей два уравнения и пять неизвестных  $\delta_2$ ,  $H_{12}$ ,  $H_{32}$ ,  $c_f$ ,  $c_d$ , введем три уравнения связи:

$$H_{12} = H_{12}(H_{32}), \quad c_f = c_f(H_{32}, V, \delta_2), \quad c_d = c_d(H_{32}, V, \delta_2).$$

Явный вид этих уравнений различен для разных видов ПС – ламинарного и турбулентного. Критерий безотрывности течения в методе Эпплера записывается в виде

$$H_{32} > H_{32}^*, \quad (5)$$

где  $H_{32}^* = 1,515$  для ламинарного ПС и  $H_{32}^* = 1,46$  для турбулентного ПС, а критерий перехода – в виде

$$\ln \text{Re}_\delta \geq 18,4H_{32} - 21,74 + 125m(H_{32} - 1,573)^2 - 0,36r, \quad (6)$$

$\text{Re}_\delta = u\delta_2/\nu$  – местное число Рейнольдса,  $r$  – параметр, учитывающий влияние шероховатости и начальной турбулентности потока на переход ПС ( $r = 0$  соответствует идеально гладкой поверхности и нулевой начальной турбулентности потока, для поверхности крыловых профилей принимается  $r = 1$ ). При  $m = 0$  критерий (6) называется обычным критерием перехода, а при  $m = 1$  – модифицированным.

**Минимизация функции нескольких переменных.** Требуется определить минимум функции

$$q(\mathbf{x}) \rightarrow \min, \quad (7)$$

где  $\mathbf{x} = (s_n, s_m, C_1, \dots, C_k)$  – вектор переменных, при наличии всех или части следующих ограничений типа равенств и неравенств:

$$\begin{aligned} h_1(\mathbf{x}) &= s_s(\mathbf{x}) - 1 = 0, & h_2(\mathbf{x}) &= s_t(\mathbf{x}) - 1 = 0, \\ g_1(\mathbf{x}) &= -s_n \leq 0, & g_2(\mathbf{x}) &= s_n - s_m \leq 0, & g_3(\mathbf{x}) &= s_m - 1 \leq 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Для численного решения этой задачи удобно перейти к задаче безусловной оптимизации. Рассмотрим функцию

$$q^*(\mathbf{x}) = q(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{N_h} \alpha_i h_i^2(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^{N_g} \mu_j \max(0, g_j(\mathbf{x})) \rightarrow \min,$$

где ограничения учитываются в виде штрафов, а  $N_h \leq 2$  и  $N_g \leq 3$  – их количество. Коэффициенты  $\alpha_i$  и  $\mu_j$  называются штрафными коэффициентами. Видно, что если взять их достаточно большими, то функция  $q^*(\mathbf{x})$  будет принимать малые значения при выполнении условий (8), причем минимум функции  $q^*(\mathbf{x})$  будет совпадать с минимумом функции  $q(\mathbf{x})$ , и найденное нами значение будет решением задачи (7) – (8).

Для оптимизации функции (9) использовался следующий подход. Направление спуска выбиралось по методу Хука-Дживса (см. [3]), не использующему дифференцирования, так как функции  $h_i(\mathbf{x})$ ,  $i = 1, 2$ , недифференцируемы. Этот метод позволяет хорошо оптимизировать функции овражного типа, к классу которых и относится функция (9). Для одномерной оптимизации вдоль выбранного направления использовался метод золотого сечения (см. [3]).

**Результаты численных расчетов.** Скорость отсасывания полагалась постоянной вдоль всего пронизаемого участка, границы участка можно было варьировать. Расчеты проведены для двух случаев:

1.  $N_h = 2$  – предотвращение и отрыва, и перехода ПС (условия (8));
2.  $N_h = 1$  – предотвращение только отрыва ПС (первое из условий (8)).

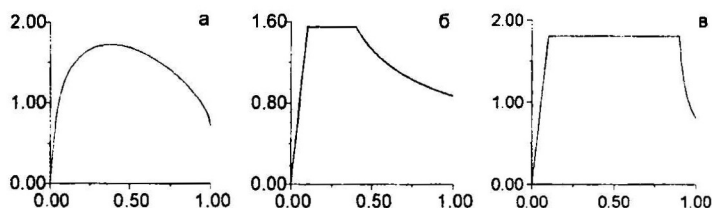


Рис. 2

Ниже приведены результаты расчетов для трех распределений скоростей по верхней части контура профиля. В первом случае взято распределение скорости по профилю Жуковского (рис. 2, а), во втором – гидродинамически целесообразное распределение скорости (см. [4]) (рис. 2, б; здесь отсутствует отрыв ПС, но есть переход). В третьем случае (рис. 2, в) взято распределение скорости с участком резкого падения скорости, на котором возникают отрыв и переход ПС. Результаты расчетов приведены в таблицах. В столбце var указаны переменные, по которым ведется оптимизация. В первых строках таблиц приведены результаты расчетов, когда концы проницаемого участка  $s_n$  и  $s_m$  фиксированы, а скорость отсасывания  $v_0$  может меняться, во вторых строках – результаты расчетов, когда  $s_m$  и  $v_0$  фиксированы, а  $s_n$  варьируется, в третьих – когда варьируются  $s_n$  и  $v_0$ , в четвертых – когда варьируются все три величины  $s_n$ ,  $s_m$  и  $v_0$ .

Пример 1.  $s_t = 0,549$ ;  $s_s = 0,923$

$$N_h = 1$$

var	$s_n$	$s_m$	$v_0 \cdot 10^3$	$q \cdot 10^3$
$v_0$	0,4	1	-4,59	2,75
$s_n$	0,803	1	-5	0,986
$s_n, v_0$	0,706	1	-2,74	0,807
$s_n, s_m, v_0$	0,759	0,885	-5,16	0,653

$$N_h = 2$$

var	$s_n$	$s_m$	$v_0 \cdot 10^3$	$q \cdot 10^3$
$v_0$	0,4	1	-4,87	2,92
$s_n$	0,441	1	-5	2,74
$s_n, v_0$	0,549	1	-5,5	2,48
$s_n, s_m, v_0$	0,549	1	-5,5	2,48

Пример 2.  $s_t = 0,412$ ;  $s_s = 1$

$$N_h = 1$$

var	$s_n$	$s_m$	$v_0 \cdot 10^3$	$q \cdot 10^3$
$v_0$	0,4	1	-3,1	1,85
$s_n$	0,412	1	-5	2,94
$s_n, v_0$	0,342	1	-2,34	1,54
$s_n, s_m, v_0$	0,313	0,902	-2,26	1,33

Пример 3.  $s_t = 0,9$ ;  $s_s = 0,903$

$N_h = 1$

var	$s_n$	$s_m$	$v_0 * 10^3$	$q * 10^3$
$v_0$	0	1	-5,52	5,52
$s_n$	0,221	1	-10	7,79
$s_n, v_0$	0,316	1	-5,82	3,98
$s_n, s_m, v_0$	0,309	0,946	-5,91	3,76

$N_h = 2$

var	$s_n$	$s_m$	$v_0 * 10^3$	$q * 10^3$
$v_0$	0	1	-8	8
$s_n$	0,221	1	-10	7,79
$s_n, v_0$	0,273	1	-8,07	5,86
$s_n, s_m, v_0$	0,272	0,984	-8,06	5,74

Из анализа полученных результатов сделаны следующие выводы:

1. Для предотвращения только отрыва ПС необходимо отсасывать гораздо меньшее количество жидкости, чем для предотвращения и отрыва, и перехода.

2. Отсос выгодно начинать не непосредственно с точки отрыва или перехода ПС, а несколько раньше.

3. При наличии на профиле участков резкого падения скорости выгоднее отсасывать ПС с небольшой скоростью почти по всей длине верхней поверхности крылового профиля, чем осуществлять отсос с большой интенсивностью через короткий проницаемый участок.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект N 96-01-00112, а также РФФИ и ННИО (Германия), проект N 96-01-00070.

### Литература

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. – 711 с.
2. Eppler R. Airfoil design and data. Berlin: Springer-Verlag, 1990. – 512 p.
3. Базара М., Шетти К. Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы. М.: Мир, 1982. – 583 с.
4. Елизаров А.М., Ильинский Н.Б., Поташев А.В. Обратные краевые задачи аэрогидродинамики. М.: Наука, 1994. – 440 с.